



El misticismo pitagórico en la enseñanza de la Matemática

Pythagoras's mystery in teaching mathematics

M. Sc. José Ángel Chío Rojas

jchío@ucp.cm.rimed.cu

Lic. Margarita López Miranda

M. Sc. Delia Sarduy Nápoles

Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí"

Los autores son profesores del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí" de Camagüey. Chío Rojas, profesor asistente, tiene una maestría en Educación Avanzada y una experiencia en la educación superior de 32 años en los que ha investigado en el campo de la metodología de la enseñanza de la Matemática. López Miranda es profesora asistente con 25 años de experiencia en la docencia y la investigación. Sarduy Nápoles Gómez es profesora auxiliar y ha dedicado 35 años a la educación universitaria.

Resumen

El artículo muestra las posibilidades de la enseñanza de la Matemática para la formación cultural de los estudiantes. Se hace referencia a las creencias místicas de Pitágoras que determinaron una determinada concepción del mundo muy vinculada a la cultura que se desarrolló en el mundo de la antigua Grecia.

Palabras clave: Ternas de números "pitagóricos", números, series de números.

Abstract

The article shows the cultural potentials of Mathematic for educating pupils. Reference is made to the mystic beliefs of Pythagoras that determined a conception of the world closely linked to the culture of ancient Greek world.

Key words: Pythagoras's numbers, numbers, series of numbers.

Generalmente, cuando los jóvenes concluyen la enseñanza media o media superior, quedan muy familiarizados con la relación que existe entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, identificándola con el nombre de “Teorema de Pitágoras”.

Pero, ¿quién fue Pitágoras? Lamentablemente, su vida nos llega a las actuales generaciones en una serie de leyendas. ¿Pueden estas leyendas contribuir a la motivación por el aprendizaje de la Matemática? ¿La mística de Pitágoras y sus seguidores pudo o no contribuir desde su singularidad, al proceso de desarrollo de los conocimientos científicos? Debe tenerse en cuenta que la formación y desarrollo de los conocimientos científicos se realizan a través del movimiento del pensamiento del hombre de lo singular a lo particular y de lo particular a lo universal.

El interés que muestran los jóvenes por episodios casi “prehistóricos”, en la mayoría de las veces desconocidos para ellos, además de contribuir a ensanchar su ámbito cultural, propician la motivación para ampliar sus conocimientos en aspectos que han dejado huellas en sus sentimientos y emociones. Este hecho no puede ser ignorado en la enseñanza de la Matemática.

Lo anterior justifica que se ofrezca una síntesis de los hechos y aportes que han llegado hasta hoy sobre Pitágoras. Los autores, a partir de una extensa búsqueda bibliográfica, han tratado de ordenar cronológicamente los acontecimientos y hechos que se relatan. En algunos aspectos se ha ampliado la información para evidenciar los planteamientos realizados.

Una ubicación temporal aproximada y período histórico correspondiente a Pitágoras lo sitúa entre los años 582 y 500 a.n.e., que se enmarca en el período helénico en la historia griega, cuya civilización se desarrollaba en plena Edad del Hierro, una vez que el empleo de ese metal se generalizó en esa zona hacia el 1200 a.C., posterior a la Edad de Bronce.

La mayoría de los investigadores consultados coinciden en afirmar que Pitágoras nació en la isla de Samos, ubicada el mar Egeo al sureste de Grecia, cercana a la costa de Turquía, muy famosa como centro comercial y naviero en esa época.

Durante el siglo IX a.C. aproximadamente, los griegos desarrollaron una presuntuosa creencia racial. Era de gran orgullo para ellos hacerse llamar ‘helenos’, nombre derivado de una pequeña tribu del sur de Tesalia. Los helenos desarrollaron la creencia de un cierto linaje ancestral que remontaba sus orígenes a héroes con carácter semidivino.

En el período pre-helénico los jefes de las tribus invasoras se proclamaban monarcas de los territorios conquistados. Entre el 800 y el 650 a.C. estas monarquías se fueron sustituyendo por oligarquías de aristócratas, que fueron paulatinamente adquiriendo mayores poderes a partir de

las riquezas que iban acumulando. Cerca del año 650 a.C., muchas de estas oligarquías helénicas fueron sustituidas por plebeyos enriquecidos, aristócratas desafectos o grandes jefes militares, llamados tiranos.

La era de los tiranos griegos, que se extendió durante 150 años, es decir, hasta el año 500 a. C., provoca cierta estabilidad y avances notables en la civilización helénica, especialmente en el comercio y la artesanía. Es necesario aclarar que el calificativo de tirano no implicaba que rigieran sin justicia y a medida de su voluntad o que abusaran de su poder o fuerza. El término apuntaba al acceso ilegal al poder, no el abuso del mismo. Tiranos como Periandro de Corinto, Gelón de Siracusa y Polícrates de Samos (reinó entre 535 a.C.-522 a.C.) han sido considerados como gobernantes sabios y populares.

El desarrollo de objetivos culturales comunes a todas las ciudades helénicas fue uno de los factores que dieron cierta cohesión a la antigua Grecia a pesar de la división política existente, al estar dividida en diversas Confederaciones. En este sentido contribuyó la lengua griega, cuyos muchos dialectos se entendían en cualquier parte del país o en cualquier colonia. Otro aspecto a tener en cuenta fue la religión griega que todos los helenos compartían.

No solo el comercio y la artesanía prosperaron. En el aspecto político-social se produjeron transformaciones importantes que se vinculan a la actividad de Solón (638-559 a.C.), considerado el fundador de la democracia de Atenas y uno de los denominados siete sabios de Grecia, eruditos griegos que vivieron entre los siglos VII y VI a.C. y que se interesaron por la ciencia, la filosofía y la política. Aunque respetó la división de grupos sociales según la riqueza que disponían, tuvo en cuenta la clase de individuos sin propiedades. Sólo los miembros de las clases con riquezas podían acceder a los cargos políticos, pero concedió a los sin propiedades el derecho a tomar parte en la asamblea pública. Este paso fue importante para el desarrollo del gobierno democrático, porque permitía que el pueblo controlara la administración. La idea fundamental de Solón fue su concepción acerca de la distribución de los recursos, tanto materiales como espirituales, donde consideraba que cada clase debía recibir privilegios en proporción a las responsabilidades públicas que soportaba. Sin embargo, las reformas se encontraron con el descontento, al ser demasiado democráticas para satisfacer a los aristócratas más ricos.

En el florecimiento de la cultura helénica, merece destacarse de un modo especial el surgimiento de la filosofía griega con Tales de Mileto, Anaximandro y Anaxímenes, Heráclito. Estos filósofos veían a la naturaleza como un todo interrelacionado en constante movimiento y transformación,

lo que demuestra su pensamiento dialéctico. Sin embargo, en sus concepciones limitaban las posibilidades de conocimientos a la experiencia sensible.

Se les reconoce el mérito de intentar explicar la naturaleza a partir de ella misma, sin acudir a un principio extra-natural y de que no pocas de sus hipótesis intuitivas tuvieron repercusión en el desarrollo de teorías de las ciencias modernas, incluso se considera que muchas de sus ideas morales fueron incorporadas a las doctrinas del cristianismo.

Pitágoras fue instruido en las ideas primarias de estos primeros filósofos, en los marcos de una cultura y economía griega en pleno desarrollo. Recorrió los caminos del Egipto. Cayó preso del jefe militar persa Cambises, quién lo llevó a Babilonia donde vivió 12 años asimilando ávidamente los discursos de los sacerdotes de Haldei que transmitían, como en relevo, las verdades de la astronomía, no se sabe por quién y cuándo descubiertas, y los ensueños de la astrología.

No se poseen suficientes elementos que expliquen su aversión a la tiranía de Polícrates. Al ser declarado rebelde fue condenado al exilio.

Hacia el 540-530 a.n.e. se instaló en Crotona, una colonia griega al sur de Italia. Allí comenzó a disertar sobre filosofía y matemáticas, a donde acudían principalmente jóvenes de las clases altas de la región, incluyendo mujeres que, desobedeciendo la ley que les prohibía asistir a reuniones públicas, iban a oírle. Entre estas mujeres se encontraba una joven y bella muchacha, llamada Teano, con la cual se casó.

Podemos imaginar el prestigio y autoridad que logró alcanzar Pitágoras, cuando sus discípulos regulares se constituyeron gradualmente en una sociedad o hermandad esotérica, conocida como la Orden de los Pitagóricos, que pronto ejerció una gran influencia, no solo religiosa, más allá de las fronteras del antiguo mundo griego. Sus discípulos participaron activamente en la vida pública. Un ejemplo de ello lo tenemos en Arquitas, que llegó a ser después gobernante de su ciudad.

Los pitagóricos asumieron ciertos misterios y concepciones, similares en muchos puntos a los enigmas del orfismo, culto místico de la antigua Grecia, que se creía fundado en los escritos del legendario poeta y músico Orfeo.

El orfismo se basaba en una cosmogonía centrada en el mito del dios Dioniso Zagreo, el hijo de las divinidades Zeus y Perséfone. Se afirma que, furiosos porque Zeus deseaba hacer a su hijo soberano del universo, los celosos titanes desmembraron y devoraron al joven dios. Atenea, diosa de la sabiduría, fue capaz de recuperar su corazón, que llevó a Zeus, quien se lo comió y dio nacimiento a un nuevo Dioniso. Zeus castigó después a los titanes destruyéndolos con su rayo y,

de sus cenizas, creó la raza humana. De este hecho se origina la creencia de que los seres humanos tienen una naturaleza dual: el cuerpo terrestre era la herencia de los titanes nacidos de la tierra; mientras que el alma derivaba de la divinidad de Dioniso, cuyos restos se mezclaron con los de los titanes. Según los principios del orfismo, los seres humanos se esfuerzan por librarse del elemento titánico, o representación del mal, propio de su naturaleza, y buscarían preservar lo dionisiaco, o divino, naturaleza de su ser. El triunfo del elemento dionisiaco se puede conseguir siguiendo los ritos órficos de purificación y ascetismo. Según esta religión, a través de una larga serie de reencarnaciones, los seres humanos se preparan para la vida después de la muerte. Si han vivido en el mal, serán castigados, pero si han vivido en la santidad, después de su muerte sus almas se liberarán completamente de los elementos titánicos y se reunirán con la divinidad.

Para pertenecer a la sociedad de los Pitagóricos, los miembros debían comprometerse con el juramento de no revelar los secretos y las enseñanzas de la sociedad. La hermosa estrella pentagonal fue un símbolo distintivo de la hermandad. Los alumnos que asistían a las explicaciones de Pitágoras, pero no hacían la vida interna de su institución se clasificaban como exotéricos.

Se dice que Pitágoras tenía una conducta moral muy severa y exigía a sus discípulos mantener una vida muy austera. Aconsejaban la obediencia y el silencio. Los iniciados, por ejemplo, tenían que prometer un silencio de 5 años, limitando sus intercambios con otros conciudadanos. Hasta que sus "almas no se purificaran por la música y la secreta armonía de los números" no tenían derecho de ver al maestro; solo podían escuchar su voz, desde el otro lado de la cortina. Pitágoras y sus alumnos eran muy consagrados y abstinentes. Una gran parte del tiempo la dedicaban a la realización de especulaciones teóricas que condujeron, en muchos casos, a descubrimientos importantes en la matemática, la música y la astronomía.

Tenían reglas para vestir, para la alimentación y para las ceremonias de inhumación. Predicaban la sencillez en el vestir, la abstinencia de consumir determinados alimentos, la austeridad en sus posesiones, la autorreflexión, el cuidado de la salud, la prudencia y el hábito del autoanálisis.

Defendían la teoría de la transmigración de las almas, por lo que creerían en su inmortalidad. Se dice que el propio Pitágoras proclamaba que él había sido Euphorbus, y que había combatido durante la guerra de Troya, a principios del siglo XII a.n.e. Establecieron un modo de vida basado en la creencia de que el alma es cautiva del cuerpo, del cual se libera al morir y se reencarna en una forma de existencia, superior o no, en relación con el grado de virtud alcanzado. Por tanto, el

principal propósito de los seres humanos tendría que ser el sostenimiento de un sistema de vida que garantizara la purificación de sus almas, mediante la formación y desarrollo de virtudes intelectuales, la abstención de los placeres de los sentidos y la práctica de variados rituales religiosos. Lo anterior evidencia las semejanzas de las creencias de Pitágoras con el orfismo.

Lo específico de esta sociedad consistió en que la unión con lo divino debía lograrse mediante la profundización en las leyes maravillosas del mundo de los números, ya que la esencia del mundo consistía para ellos en la armonía de éstos.

Es lógico que resulte difícil decir, cuales de las ideas científicas pertenecían a Pitágoras y cuales a sus discípulos, puesto que entre los miembros de la hermandad existía la voluntad magnánima de otorgar toda autoridad, sobre cada nuevo descubrimiento, a Pitágoras. La disciplina en la hermandad era muy rígida y la palabra del maestro era ley. Se conoce que de allí surgió la famosa frase: “Lo dijo el maestro”, para significar que ese argumento bastaba.

Cuenta también la leyenda que cuando Pitágoras demostró su famoso teorema del triángulo rectángulo, agradeció a los dioses sacrificando en su honor 100 toros. Tenía razón el poeta y naturalista alemán Chamisso cuando, a principios del siglo XIX, escribió unos versos acerca de ello, donde decía que desde los tiempos del sacrificio hecho por Pitágoras todas las bestias en la tierra tiemblan de miedo cuando se descubre algo nuevo.

Pitágoras descubrió matemáticamente una relación verdadera para todos los triángulos rectángulos posibles y con ello dio un salto gigantesco en el conocimiento. Había encontrado un modelo que no pertenecía ya a la experiencia sensible. Obtuvo una representación verdadera de los triángulos rectángulos, usando como recurso el pensamiento. ¡Había determinado la esencia de algo!, lo que se repite para todos los casos, de ahí que concluyera que el número era la esencia de las cosas. Al ver en los números la esencia de las cosas, puede ver su unidad a partir de los contrarios, que para él eran representados por los números pares e impares. Además en esa misma unidad, Pitágoras percibe la diversidad que muestra en las diferentes clasificaciones de los números.

Con el teorema, Pitágoras ofrece el inicio de la dicotomía filosófica en la correlación de los factores sensorial y racional en el conocimiento científico. La filosofía metafísica se caracteriza por separar estos dos factores y considerar absoluto uno de ellos. El sensualismo se caracteriza por absolutizar lo sensorial en el avance del conocimiento y el racionalismo el factor racional. No apreciaban la unidad en los contrarios dialécticos.

Junto a la demostración geométrica del teorema de Pitágoras fue encontrado el método de hallazgo de la serie ilimitada de las ternas de números “pitagóricos”, esto es, las ternas de números que satisfacen la relación $a^2 + b^2 = c^2$ y que tienen la forma x , $\frac{1}{2}(x^2 - 1)$, $\frac{1}{2}(x^2 + 1)$, donde x es un número impar. A juicio de los autores este hecho confirma, y puede servir como ejemplo de la relación dialéctica de lo singular, (dado en el caso del descubrimiento de la existencia de tres números con una determinada relación) lo particular, (la existencia de una clase de ternas que cumplen la relación antes mencionada) y finalmente la universalidad (Teorema de Pitágoras) en la formación y desarrollo del pensamiento en el proceso de descubrimiento de los conocimientos científicos.

Los Pitagóricos estudiaron la acústica. Descubrieron que todos los intervalos musicales estaban supeditados a las relaciones numerales racionales más elementales, así como también, las maravillosas progresiones armónicas de las notas de la escala musical, hallando la relación entre la longitud de una cuerda y el tono de la nota que produce al vibrar. Es por ello que hoy se conocen relaciones proporcionales, como por ejemplo, de que una semicorchea, es la mitad de una corchea y que esta es un octavo de compasillo, siendo este el compás de duración de 4 negras.

Conmovido por este descubrimiento, vio en los números el elemento de todas las cosas. Para él, los números mismos eran la materia prima de la que estaban hechos todos los objetos que veíamos o tocábamos, la propia realidad objetiva. Concebía a la naturaleza como un todo interrelacionado, al igual que los primeros filósofos griegos, pero a diferencia del agua como esencia para el filósofo Tales, el aire para Anaxímedes o el fuego para Heráclito; para Pitágoras la esencia de lo existente eran los números.

Los pitagóricos —que descubrieron las leyes matemáticas del tono musical— dedujeron que el movimiento planetario produce una “música de las esferas” y desarrollaron una “terapia a través de la música” para lograr que la humanidad encontrara su armonía con las esferas celestes. Pitágoras, fascinado por la Astronomía, fue el primero en establecer la inclinación de la elíptica y de las órbitas planetarias, construyendo su propio sistema del mundo, el cual, en su opinión, reflejaba la gran armonía de los números. Consideraban que las estrellas estaban incrustadas en otra esfera más alejada que los 5 planetas conocidos en esa época, el sol y la Luna. Creían que había una anti-Tierra, que no se veía porque estaba al lado opuesto al hemisferio en que se situaba Grecia. A favor de la genialidad de Pitágoras podemos atribuirle a esta observación, atisbo

de pensamiento dialéctico al avizorar la posibilidad de existencia de contrarios en objetos o fenómenos de la realidad.

En la época que vivió Pitágoras, era común en los hombres de ciencia el conflicto entre sus creencias y sus descubrimientos. Una prueba de ello se aprecia en lo que Heráclito afirmaba: En la genialidad de Pitágoras había “un mal arte, una magia”, contraria a los dioses.

Para Pitágoras y sus seguidores, el misticismo de los números resultó ser vital. Una peculiaridad de la escuela de Pitágoras es que a ciertos números y relaciones numéricas se le asignaban propiedades misteriosas, mágicas. La propia dedicación a la teoría de números se consideraba patrimonio de “los elegidos” e “iniciados”

Por ejemplo, los números pares, que podían dividirse, parecían más razonables a los pitagóricos y encarnaban cierto fenómeno positivo. El número 1 era considerado el origen de todos los otros números y representaba la razón, el 2 representaba la opinión, el 4 encarnaba la justicia, la salud, la armonía. El número 5 el matrimonio, por estar formado por el 3, considerado el primer número macho y el 2, primer número hembra. En las propiedades del 5 estaba el secreto del color; en el 6 el secreto del frío, en el 7 de la salud y la sabiduría, en el 8 el del amor, por ser la suma de 3 (potencia) y 5 (matrimonio). Perspicaz fue la atribución del número siete a Atenea, diosa de la sabiduría y de la guerra, “porque el siete es el único de la década que no tiene ni factores ni productos”, lo que le daba cierto sentido de integridad.

Gran veneración les merecía, por ejemplo, el “Tetraktys”, el número diez sagrado.

Pitágoras imaginó que los números tenían diseños característicos. Por ejemplo, los números triangulares, 1, 3, 6, 10, 15, y así sucesivamente.

También existirían los números cuadrados, los números rectangulares, los números pentagonales, los números perfectos, los números amigos, los números primos y los números primos gemelos. Los números 6 y 28 se consideraban perfectos porque eran iguales a la suma de sus propios divisores ($6= 1+2+3$; $28= 1+2+4+7+14$). Según la leyenda, cuando se le preguntó a Pitágoras a quién podía considerársele amigo, contestó: a los números 220 y 284, cada uno de los cuales es igual a la suma de los divisores del otro. Dos números primos son gemelos si su diferencia es 2.

A partir del concepto de números perfectos, se determinaba la clase de los números imperfectos. Estos a su vez se clasificaban en deficientes y superantes, según si la suma de sus divisores propios positivos fuese menor o mayor que el número. Así, por ejemplo, el 9 es un número deficiente y el 12 es superante.

A Pitágoras se le debe la propia palabra matemática y el origen del famoso Quadrivium (Aritmética, Música, Geometría y astronomía). La relación interdisciplinaria que le confirió a su diseño educativo es obvia. A través de los números integró estas 4 artes liberales que, adicionados al Trivium (Gramática, Retórica y la Dialéctica) que constituían el nivel elemental en el sistema educativo de la etapa medieval, otorgaba una calificación de Licenciado en Arte, lo cual acreditaba su conocimiento en las 7 artes liberales. Mueve a suspicacia si el número de artes liberales guarda relación con el número 7 atribuido por Pitágoras a Atenea, la diosa de la sabiduría en la mitología griega, o al número de sabios (7) de la antigua Grecia. Era muy significativo también el número 7 en los conocimientos astronómicos de esa época, puesto que se conocían solo 5 planetas, el Sol y la Luna.

Los pitagóricos identificaron la ciencia con las matemáticas y mantuvieron que todas las cosas son reductibles a números y figuras geométricas.

En el estudio de las mediciones de segmentos hubo un desconcertante descubrimiento, realizado por el propio Pitágoras, de que en Geometría algo se sustraía a los números enteros. El descubrimiento de la existencia de segmentos inconmensurables, y de allí el descubrimiento de los números irracionales. Este descubrimiento provocó un gran desconcierto lógico, puesto que transformaba muchas de las demostraciones geométricas aceptadas hasta el momento. Se vio en los números irracionales una herejía, algo contrario a los dioses.

Como elemento unificador de la asociación pitagórica se formó un tipo de ideología orientada por la matemática, según la cual la interpretación del mundo como un todo, y particularmente también la matemática, podía basarse en los números enteros y las razones de estos números. El descubrimiento del número irracional, incompatible con la idea filosófica fundamental, contribuyó, entre otras causas, a la destrucción de la asociación de los pitagóricos. Quizás por esta razón decidieron no divulgarla. Sin embargo, en las leyendas se coincide en el suceso de que Hippas de Metaponte, discípulo de Pitágoras, no cumplió el compromiso de discreción y los dioses lo castigaron severamente, apareciendo su cadáver flotando en el mar días más tarde.

Desde el punto de vista dialéctico, necesariamente debía producirse el cumplimiento de los principios de la teoría del conocimiento y la lógica dialéctica, en particular la negación de la negación y la unidad y lucha de contrarios. Los números irracionales negaban dialécticamente a los números racionales y en la contradicción afloraba su unidad.

Este misticismo de los números ha trascendido muchos siglos después cuando los eclesiásticos idearon “la docena del fraile”, declarando al número 12 como signo de felicidad y denominaron el 666 como “el número de la fiera” identificándolo con el anticristo.

No obstante las limitaciones que provocaron sus concepciones, la escuela pitagórica hizo una valiosa contribución al progreso de la matemática, la astronomía y la teoría musical por lo que la humanidad estará agradecida de sus esfuerzos y que por tanto haga perdurar las seductores leyendas sobre Pitágoras.

La enseñanza actual de la Matemática es aún deudora de la existencia de estas leyendas que pueden motivar mucho a nuestros jóvenes por el aprendizaje de esta ciencia.

Recibido: Junio 2010

Aprobado: Octubre 2010

Bibliografía

Diccionario Enciclopédico UTHEA. (1952). Barcelona: S. A.

García Galló, G. *Filosofía, Ciencia e Ideología. Cómo la filosofía se hace ciencia con el Marxismo.* La Habana: Ciencias Sociales.

Microsoft Encarta 2006. (2006). Microsoft Corporation.

Ribnikov, K. (1987). *Historia de las Matemáticas.* Moscú: Mir.

Tabloide 1: “El oficio de pensar”. Breve introducción a la historia de la filosofía. (Enero 2003). La Habana.