



La solución de los problemas matemáticos desde el análisis reflexivo *A reflexive perspective in problem solving*

Dr. C. José Ángel Chio Rojas
jchio@ucp.cm.rimed.cu

Dr. C. Aida Álvarez Gómez
aalvarezg@ucp.cm.rimed.cu

Lic. Margarita López Miranda

Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí"

Los autores son profesores del Departamento de Matemática Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí" de Camagüey. **Chío Rojas** es profesor auxiliar y Doctor en Ciencias Pedagógicas, con 35 años de experiencias en la Educación Superior, en los que ha realizado investigaciones en el campo de la metodología de la enseñanza de la Matemática, participando en eventos científicos de carácter nacional e internacional. **Álvarez Gómez** es también profesora auxiliar y Doctora en Ciencias Pedagógicas, con 39 años de experiencias en la Educación Superior, en los que ha dedicado sus esfuerzos a la formación de doctores y maestrantes en didáctica y metodología de la Matemática. **López Miranda** es profesora asistente y Licenciada en Matemática con 27 años de experiencia en la Educación Superior, dedicados a la docencia y la investigación pedagógica.

RESUMEN

El artículo describe un nuevo procedimiento para la solución de problemas matemáticos que se centra en el proceso a partir de redimensionar el análisis y ejecución. Se propone un modelo teórico de dicho proceso mediante el análisis reflexivo y una metodología para implementarlo. Se emplearon métodos de los niveles teórico, empírico y estadístico. La propuesta fue evaluada mediante un pre-experimento pedagógico en el que se corroboró que su introducción favorece la preparación de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos.

Palabras clave: procedimiento de enseñanza, solución de problemas matemáticos, didáctica de la matemática

ABSTRACT

The objective of this paper is to favour the methodological process of reflexive analysis in problem solving in the general teaching methods that concentrates in strengthening the dimensional analysis, to gain a greater preparation of the students for the solution of mathematical problems.

Key words: teaching procedures, mathematics problem solving, didactics of mathematics.

La actualidad temática de la investigación de la que da cuentas el presente artículo se fundamenta en los actuales modelos de la escuela Secundaria Básica y Preuniversitaria, en los cuales se precisa,

como uno de los objetivos formativos, la solución de problemas mediante el desarrollo del pensamiento lógico, lo que responde a la exigencia social de la formación intelectual de los jóvenes.

A pesar de la obtención y aplicación de importantes resultados investigativos hasta hoy, se aprecia en los diagnósticos aplicados, la falta de correspondencia entre la preparación de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos en relación con los objetivos planteados en los modelos y programas de la disciplina Matemática en la Enseñanza General Media. Es común encontrar dificultades tales como: tendencia a la ejecución al realizar los estudiante un análisis superficial y fragmentario que se hace palpable en la insuficiente indagación de las relaciones del problema, falta de motivación y carencias cognitivas para enfrentar su solución.

Otras evidencias se localizan en la bibliografía consultada, en la que se aprecia una concepción del análisis en la solución de los problemas y en de su tratamiento metodológico centrada en el resultado en detrimento del proceso que conduce a él. El análisis de los datos, empíricos y teóricos, evidenció insuficiencias en la concepción teórica en el tratamiento metodológico del análisis en los problemas. La exploración preliminar de estos resultados revela, la existencia de estudios importantes relacionados con determinados aspectos del análisis. Sin embargo, se considera necesario tener en cuenta otras aristas que posibiliten una mayor integralidad para la realización del tratamiento metodológico del mismo en la solución de los problemas matemáticos.

Por otra parte, el hecho de abordar la conceptualización psicológica del análisis como operación mental, limitada a la descomposición del todo (problema en nuestro caso) en partes (Labarrere Sarduy, A. 1987, pág. 32), traducida como fase en el programa heurístico general para la resolución de problemas matemáticos (Ballester Pedroso, Santana de Armas, Oca, Cruz, y Arango González, 1992, pág. 413) y no enfocar su tratamiento metodológico como proceso; ha minimizado el rol que juega el análisis en el proceso de solución de los problemas.

La indagación realizada reveló la necesidad de ampliar el objetivo específico para el tratamiento metodológico de la resolución de problemas, que no debe limitarse a la obtención de la resolución de problemas sino que debe abarcar también, la potenciación del proceso de análisis, lo cual requiere de un redimensionamiento teórico del mismo y una transformación en el proceder metodológico para su tratamiento, mediante el cual se intensifique la actividad analítico-reflexiva de los estudiantes.

Para darle solución al problema descrito se propuso como objetivo de la investigación que pretende reseñar este artículo la propuesta de un modelo didáctico del tratamiento metodológico del análisis reflexivo en la solución de los problemas matemáticos que, instrumentado a través de una metodología que atienda al redimensionamiento del análisis, contribuya a la preparación de los estudiantes en la solución de problemas.

Métodos

Para el estudio científico del objeto de investigación, se utilizaron diferentes métodos (teóricos, empíricos y matemáticos), que se señalarán a continuación.

Métodos del nivel teórico: Análisis-síntesis, histórico-lógico, hipotético-deductivo, modelación, sistémico estructural funcional.

Métodos del nivel empírico: Experimentación, observación científica, técnica de grupos, entrevista a profesores, entrevista a estudiantes, análisis documental, pruebas pedagógicas. Se aplicaron además la técnica de solución en voz alta, la revisión de libretas y planes de clases de los docentes.

Entre los métodos del nivel matemático estadístico aplicados se encuentra la estadística descriptiva, el criterio de experto, la prueba de los signos de McNemar, el test de Friedman y la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.

Se aplicó un pre-experimento pedagógico para evaluar la metodología propuesta. Se aplicaron estadígrafos descriptivos para evaluar los resultados obtenidos en la preparación de los estudiantes en el análisis reflexivo.

Se consideró como población de la investigación a los 136 estudiantes del 10mo grado del preuniversitario "Álvaro Morell" del municipio Camagüey, en el curso 2009-2010 y como muestra intencional, en atención a un desarrollo promedio, se seleccionó a un grupo de 31 estudiantes del propio centro, lo cual ofrece mayor probabilidad de inclusión de elementos típicos de la población considerada, asegurando su representatividad.

Los test se elaboraron de manera que fueran ofreciendo información sobre el desarrollo que se iba logrando en la resolución de problemas producto del estímulo aplicado. Por esta razón el énfasis en los test se incrementó en las acciones que corresponden al proceso de análisis.

Resultados

El estudio teórico sobre el tratamiento metodológico del análisis en la solución de problemas revela que, no obstante el avance experimentado en el proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas matemáticos con el programa heurístico general, aún se manifiestan limitaciones en la concepción del análisis que la restringen generalmente a la identificación y determinación de los componentes del problema. Esta conceptualización del análisis como la descomposición del todo en sus partes, tiene sus antecedentes en las ideas de Polya (1965) y más recientemente en Labarrere (1987), Campistrous y Rizo (1993). Sin embargo, la propiedad elaboración de las partes, inherente al análisis de todo fenómeno o proceso según ha sido conceptualizado por Rubinsteins ha sido tomado hasta hoy de forma muy limitada en la concepción del análisis en la solución de los problemas; es por ello, que se considera la existencia de una fisura epistémica en la conceptualización del análisis en la solución de los problemas, en el cual no se consideran los procesos relacionados con la elaboración de los datos ni la reflexión, que como trabajo mental en los juicios está presente en todo proceso de análisis. Además, dada la concepción del análisis en la solución de los problemas se carece de una estructura que contribuya a la orientación de los estudiantes en el proceso de análisis.

Numerosos pedagogos e investigadores, entre los que se encuentran Castellanos (2002), Addine (2002), y Rico (1996) han considerado el concepto general de análisis reflexivo como proceso sinérgico de la actividad de análisis y de reflexión del individuo. Sin embargo, no se han encontrado evidencias de que la consideración del análisis reflexivo se haya instrumentado como concepción del análisis en la solución de los problemas matemáticos, donde se revelen sus interrelaciones con el pensamiento, el lenguaje, la comunicación y la esfera afectiva de los estudiantes.

El tratamiento metodológico del análisis de los problemas matemáticos centra su atención en la obtención de la modelación matemática del problema. Por otra parte, la no realización de acciones que potencien la función desarrolladora y valorativa de los problemas condiciona la linealidad que se observa en el tratamiento metodológico del análisis en su solución. Por lo anterior, se considera una brecha epistémica en las posibilidades tanto teóricas como metodológicas para dinamizar el tratamiento metodológico del análisis en la solución de los problemas.

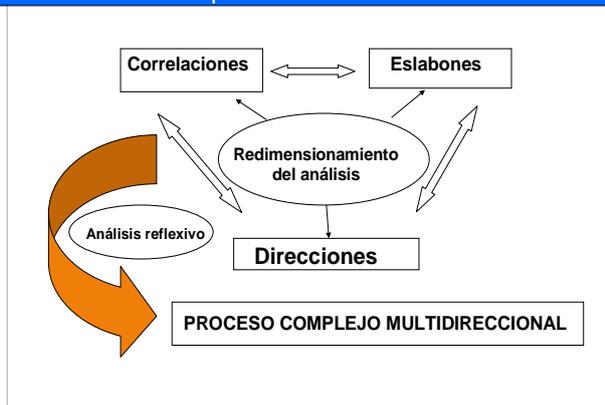
Se concibe por tanto la elaboración de un modelo que tiene como objetivo revelar la dinámica del redimensionamiento del análisis y su estructura para transformar su tratamiento metodológico en función de fortalecer la preparación de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos en la Enseñanza General Media.

El modelo didáctico que se propone está compuesto por tres componentes (el contexto didáctico, redimensionamiento del análisis en la solución de problemas, subprocesos para el tratamiento del análisis reflexivo en la solución de problemas) que conforma un sistema, en el que la subordinación constituye su principal relación. Se manifiesta también un orden jerárquico, puesto que el contexto didáctico al ofrecer la ampliación del objetivo en el tratamiento metodológico de los problemas demanda de una reconceptualización del análisis que garantice su cumplimiento. Los subprocesos del análisis reflexivo lo estructuran y cumplen la función de organizar su ejecución.

El componente contexto didáctico asume el tratamiento metodológico del análisis en un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador y ofrece las exigencias didácticas para la dirección de este proceso en las cuales se tiene en cuenta: la ampliación del objetivo de la resolución de problemas, actualmente centrado en la obtención del resultado; la relación dialéctica entre lo general y lo particular que se manifiesta en la exigencia del tránsito del tratamiento de un problema a un sistema de problemas; el diagnóstico y atención a las diferencias en un ambiente de socialización y diálogo cooperativo; la ampliación de las direcciones del análisis en la solución de los problemas; la estimulación de la reflexión, la argumentación y la valoración en los estudiantes y la vinculación de lo afectivo y lo cognitivo.

Para establecer el contenido del análisis en la solución de problemas matemáticos acorde a las nuevas exigencias, se realizó una sistematización teórica que permitió redimensionar su conceptualización a partir de las correlaciones, eslabones y direcciones.

Redimensionamiento del análisis en la solución de problemas matemáticos.



El redimensionamiento del análisis en la solución de problemas matemáticos se caracteriza por ser un proceso complejo multidireccional, cuyo tratamiento metodológico se estructura según los subprocesos de búsqueda y procesamiento de información, obtención de conclusiones y control reflexivo.

Este tercer componente tiene como funciones la orientación y estructuración del proceso de análisis reflexivo en la solución de

problemas matemáticos, el cual se despliega en subprocesos que lo organizan. En las relaciones entre los subprocesos se aprecian relaciones de subordinación.

Estos subprocesos no ocurren secuencialmente, ellos reflejan la dinámica que se produce en el proceso de análisis en la solución de los problemas.

Representación gráfica de la relación entre los componentes del modelo.



En la representación gráfica de la relación entre los componentes del modelo se observan relaciones de subordinación, según las cuales los subprocesos del análisis organizan su redimensionamiento en un contexto de enseñanza –aprendizaje desarrollador. A partir de esta relación que muestra la jerarquización de los componentes del modelo se infieren la

relación parte-todo. La relación causa-efecto, se manifiesta a partir de la transformación de la relación objetivo y contenido en la que la ampliación del objetivo de la resolución de problemas es la causa que origina el redimensionamiento del análisis en la solución de los mismos y este; a su vez, es la causa de la necesidad de su estructuración y de las transformaciones en el tratamiento metodológico del análisis en la solución de los problemas.

Estos componentes forman un sistema como un todo inseparable, de cuya sinergia surge un nuevo proceder para el tratamiento metodológico del análisis reflexivo que no se obtiene de las consideraciones de los componentes tomados de forma independiente y que propicia una mayor preparación de los estudiantes en la solución de problemas.

En el modelo se establecen tres relaciones integradoras fundamentales: a) la ampliación del objetivo de los problemas al proceso de su solución y el redimensionamiento del contenido del análisis en ese proceso, b) entre el contenido del redimensionamiento y su estructura según subprocesos en los cuales, mediante la comunicación dialógica cooperativa, se utilizan los procedimientos didácticos elaborados, c) la integran los tres componentes. La sinergia de los componentes del modelo se manifiesta en el surgimiento del tratamiento metodológico del análisis reflexivo en la solución de problemas matemáticos que contribuye a elevar la preparación de los estudiantes.

En la proyección de la metodología se consideraron las etapas de planificación, organización, ejecución, control y evaluación. En cada una de ellas se desarrollan una secuencia de acciones que son expuestas en el cuerpo del informe de tesis (Chio Rojas, 2011) y que tienen como propósitos generales:

- La preparación individual del profesor a partir del diagnóstico y las consideraciones del modelo.
- La preparación de las condiciones para la implementación, en lo fundamental las condiciones de organización del proceso de enseñanza aprendizaje.
- La ejecución del tratamiento metodológico del análisis reflexivo.

- El establecimiento de las formas de control y la evaluación. En el que reviste especial importancia el control sistemático que ejerce el docente mediante la observación directa del proceso como elemento importante en la aplicación del modelo.

Con el objetivo de corroborar la validez del tratamiento metodológico del análisis reflexivo mediante la metodología que instrumenta el modelo didáctico se concibió un pre-experimento pedagógico.

Su medición se realizó atendiendo a dos dimensiones:

La dimensión cognoscitiva, que toma como indicadores los elementos del proceso sintético que expresa la obtención de juicios generados a partir del procesamiento de la información que debe ser obtenida, y que muestra la dirección de la obtención del conocimiento. Esta dimensión tiene en cuenta la búsqueda de información, el procesamiento de la información y la obtención de conclusiones. El control reflexivo se valora a través de cada uno de los indicadores, los cuales guardan relación con los momentos fundamentales del proceso de análisis, en el cual la búsqueda de información constituye su momento inicial. La búsqueda de información posee varias direcciones, siendo el enunciado del problema la fuente primaria de información y quien determina las direcciones de búsquedas según el grado de desarrollo de cada estudiante.

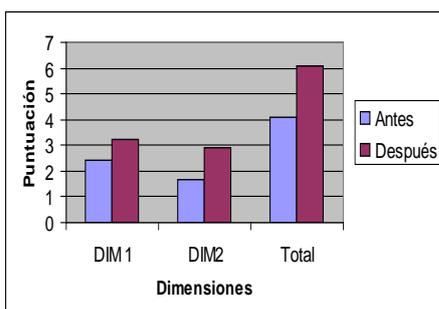
La segunda dimensión abarca la unidad reflexivo-valorativa. Como indicadores se consideran el nivel de argumentación en el control del análisis reflexivo de la solución de problemas matemáticos y la valoración del estudiante acerca del análisis de los mismos.

En la planificación se desarrolló un taller metodológico con los profesores del preuniversitario para exponer las proyecciones del modelo didáctico e intercambiar experiencias en el tratamiento metodológico del análisis en la solución de los problemas, se proyectó la planificación de las clases, determinándose las posibilidades de los problemas seleccionados para potenciar el tratamiento metodológico del análisis reflexivo y se elaboraron los sistemas de problemas que se utilizaron para el análisis de estructuras y para la generalización de vías de solución.

El pre experimento se aplicó en cinco momentos que muestran la lógica del procedimiento seguido, donde la dimensión cognoscitiva en la preparación de los estudiantes fue medida tanto cuantitativa como cualitativamente.

RESULTADOS DEL PRE-EXPERIMENTO.

Tabla comparativa. Dimensiones



Los resultados del pre-experimento demostraron la efectividad de la metodología propuesta para el tratamiento metodológico del análisis reflexivo al comprobarse una mayor preparación de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos. En la entrevista realizada se manifestó satisfacción generalizada por los avances logrados en la preparación para la solución de los problemas.

De acuerdo a los resultados generales de cada dimensión, se puede concluir finalmente que la aplicación del tratamiento metodológico del análisis reflexivo que se propone, favorece la preparación de

los estudiantes en la solución de problemas matemáticos.

Conclusiones

La instrumentación del modelo permitió enfocar el análisis reflexivo en la solución de problemas como proceso complejo multidireccional donde se explotan las potencialidades de sus eslabones y direcciones con lo cual se fortalece la preparación de los estudiantes en la solución de problemas.

Los subprocesos del análisis cumplen función heurística al proporcionar la orientación de los estudiantes en el proceso de análisis en la solución de los problemas. La introducción de los momentos de búsqueda de información, procesamiento de la información y la obtención de conclusiones, aportan recursos teóricos que amplían el significado de la fase de análisis según la concepción de los modelos actuales para la resolución de problemas.

La metodología fortalece la esfera afectiva de los estudiantes lo que se refleja en los resultados obtenidos en la resolución de problemas.

Recibido: Junio 2012

Aprobado: Noviembre 2012

BIBLIOGRAFÍA

Addine Fernández, F., Recarey Fernández, S., Fuxá Lavastida, M., y Fernández González, S. (2002). *Didáctica: Teoría y práctica*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Ballester Pedroso, S., Santana de Armas, H., Oca, H. M., Cruz, S., y Arango González, C. G. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous Pérez, L., y Rizo Cabrera, C. (1993). *Lógica y Procedimientos Lógicos del Aprendizaje*. La Habana: ICCP. Inédito.

Castellanos, D., Castellanos, B., Llivina, M. J., Silverio, M., Reinoso, C., y García, C. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela: una concepción desarrolladora*. La Habana: Pueblo y Educación.

Chio Rojas, J. (2011). *Modelo Didáctico para el tratamiento metodológico del análisis reflexivo en la solución de de los problemas matemáticos en la enseñanza General Media. Tesis de doctorado inédita*. Camagüey: Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí".

Labarrere Sarduy, A. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rico Montero, P. (1996). *Reflexión y aprendizaje en el aula*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Rubinstein, S. (. (1966). *El proceso del pensamiento*. La Habana: Universitaria.

Santos, L. (1994). *La solución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: CINVESTAV-IPN.

Vigotsky, L. (1982). *Pensamiento y lenguaje*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.